

الدوال الأصلية

Calcul de Primitives

تمرين 1

عَيِّن مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على المجال I .

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 7 \quad (1)$$

$$I =]0; +\infty[\quad f(x) = 2x + \frac{3}{x^2} - \frac{3}{2\sqrt{x}} \quad (2)$$

$$I = \mathbb{R}^* \quad f(x) = \frac{3x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 5}{x^2} \quad (3)$$

$$I =]1; +\infty[\quad f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} \quad (4)$$

$$I = \mathbb{R} - \{-2\} \quad f(x) = \frac{1}{(3x+6)^2} + \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} \quad (5)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = 4x(x^2+4)^2 + x^3(x^4+3)^3 \quad (6)$$

$$I = \mathbb{R} - \{2\} \quad f(x) = (x^2-1)^2 + \frac{3}{(2-x)^2} \quad (7)$$

$$I =]-\infty; -1[\quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}} + \frac{x^2+2x}{x^2+2x+1} \quad (8)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = 2\sin x - 5\cos(x+1) \quad (9)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = 6\sin(3x+\pi) + 3\cos(2x+\pi) \quad (10)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = \cos x(\sin x + 2) \quad (11)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = \sin x \sqrt{\cos x + 1} \quad (12)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = \sin x \cos^3 x \quad (13)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = \cos 2x \sin 2x \quad (14)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{\sin x + \cos x + 2}} \quad (15)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = 2\sin^2 x - 4\cos^2 x \quad (16)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = \cos^2 x \sin^3 x \quad (17)$$

$$I = \left[0; \frac{\pi}{2}\right[\quad f(x) = \tan x(1 + \tan^2 x) \quad (18)$$

تمرين 2

عَيِّن مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على المجال I .

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = (2x-1)e^{x^2-x} \quad (1)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = e^{2x+1} - 2x \quad (2)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = \frac{e^{3x} + e^{2x} + 3}{e^x} \quad (3)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = 1 + \frac{e^x}{e^x + 3} \quad (4)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = e^{-x} \sqrt{e^{-x} + 1} \quad (5)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1} \quad (6)$$

$$\left(f(x) = ae^x + \frac{be^x}{e^x - 1}\right) \quad I = \mathbb{R}^* \quad f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 1} \quad (7)$$

$$I = \mathbb{R} \quad f(x) = 3^{x-1} + 3^{-x+1} \quad (8)$$

$$I = \mathbb{R}^* \quad f(x) = 2x - 1 + \frac{3}{x} \quad (9)$$

$$I =]2; +\infty[\quad f(x) = \frac{3}{x+1} + \frac{1}{2x-4} \quad (10)$$

$$I =]1; 2[\quad f(x) = \frac{2x}{x^2-4} + \frac{1}{(x-1)^2} \quad (11)$$

$$I =]0; +\infty[\quad f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x - 1}{x^2} \quad (12)$$

$$I =]2; +\infty[\quad f(x) = \frac{3x+3}{x^2+2x+2} + \frac{1}{2-x} \quad (13)$$

$$I = \left] -\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right[\quad f(x) = \frac{\cos x}{1+2\sin x} \quad (14)$$

$$I = \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \quad f(x) = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} \quad (15)$$

$$I =]1; +\infty[\quad f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x \ln x} \quad (16)$$

$$I =]-1; +\infty[\quad f(x) = \frac{x-1+\ln(x+1)}{x+1} \quad (17)$$

$$I = \left]0; \frac{\pi}{4}\right[\quad f(x) = \tan 2x + \frac{1}{\tan 2x} \quad (18)$$

تمرين 3

بَيِّن في كل حالة أَنَّ الدالة F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \quad F(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+3}) \quad (1)$$

$$f(x) = (x^2+2)\cos x \quad F(x) = x^2 \sin x + 2x \cos x \quad (2)$$

تمرين 4

 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^x \ln(1+e^x)$.

$$1 - \text{بَيِّن أَنَّ } f(x) - f'(x) = \frac{e^x}{1+e^x} - e^x$$

2 - استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ والتي تتعدم عند 0.